オケージョナル・ペーパー　No.128

対称産業連関表の中間投入係数行列の推計例

2025年1月

法政大学
日本統計研究所

対称産業連関表の中間投入係数行列の推計例

菅　幹雄

１．はじめに

レオンチェフが最初に推計した産業連関表は「産業×産業」の対称表(symmetric　table)であった。その後、国際連合の SNA マニュアル(United Nations(1968))によって、「商品×産業」の使用表(Use matrix)と「商品×産業」の商品産出表(Make matrix)が提案された。同時にこれらの非対称表から対称表を推計するためのさまざまな手法が提示された。Jansen. and T. ten Raa(1990)は推計された中間投入係数行列が満たすことが望ましいとされる公理(Axiom)を４種類提示し、７種類の手法から推計された中間投入係数行列がどの公理を満たすのかを明らかにした。その結果、全ての公理を満たす手法は商品技術仮定モデルだけであることを明らかにした。

本稿の目的は、Jansen. and T. ten Raa(1990)が提示した各手法を用いた対称産業連関表の中間投入係数行列の簡単な推計例を示すことである。本稿では２つの種類の仮想データについて推計を行った。１つは、ten Raa and Jansen(1989)が Appendix に示した２商品、２産業の仮想データ１である。もう１つは ten Raa, Chakraborty and Small (1984)が本文に示した２商品、２産業の仮想データ２である。２種類の仮想データを用いた意図は、１つのデータ(仮想データ２)に商品技術仮定モデルを適用した場合、行列の成分に負値が出ることを示すことにある。その上で 2024 年６月に公表された我が国の供給・使用表を３生産物、３産業に集計したデータについても推計を行った。

なお、本稿では第２節、第３節では Jansen. and T. ten Raa(1990)に基づいて「商品」、第４節では実際のデータに基づいて「生産物」と呼んでいるが、これらは全て同じものであるとみなしている。

２．推計モデル[1]

2.1　記号法

Jansen and Raa(1990)に基づいて非対称表から対称表を推計する７種類の手法を提示する。まず以下の数式の記号法を説明する。記号 **A** は対称表の中間投入係数行列、**U** は行が商品、列が産業の使用表(U 表)の行列、**V** は行が産業、列が商品の産業別商品産出表(V 表)の行列を示す。**e** は全ての成分が１の列ベクトルを示す。diag()は「対角行列」を作成する関数を示す。その行列の対角成分は、() 内のベクトルの成分であり、非対角成分はゼロである。上付きの添え字 T は転置行列、添え字-1 は逆行列であることを示す。下付きの添え字はモ

[1] SUT から SIOT を推計する先行研究に関するサーベイとしては英文では Guo, Lawson, and Planting(2002)、和文では氏川(2022)がある。本稿のサーベイは両方を参考にしている。

デルの種類を示す。なお、トランスファー方式、副産物技術モデル、混合技術モデルにおいて、$\hat{\mathbf{V}}$ は行列 $\mathbf{V}$ の対角成分のみを残し非対角成分を 0 とした行列(主業生産物産出額の対角行列)、$\breve{\mathbf{V}}$ は行列 $\mathbf{V}$ の非対角成分のみを残し対角成分を 0 とした行列(副業生産物産出額の行列)に分割される[2]。また、混合技術モデルでは、V 表が通常の主業生産物および副業生産物の表 $\mathbf{V}_1$ と副産物の表 $\mathbf{V}_2$ にも分割される。ここで「副業生産物」(secondary products)と「副産物」(by products)を区別する。事業所では複数のアクティビティーが存在しうるが、そのうち金額が最も大きいアクティビティーの生産物を「主業生産物」、それ以外のアクティビティーの生産物を「副業生産物」と呼ぶ。「副産物」は通常、主業の生産活動に伴って技術的に発生する副次的な生産物を指すが、その定義は人によって異なる。

2.2　一括方式((Lump-sum Method)

7 種類の手法のうち最初の 3 種類の手法は経済学的な仮定を置いていないという特徴がある。一括方式は主業生産物と副業生産物を区別せずに一括して計上する方式であり、Fukui and Seneta(1985)によって以下の数式のように提示されている。

$$\mathbf{A}_L\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)\right)^{-1}$$

U 表が商品×産業の行列、$\mathbf{Ve}$ が産業別産出額合計の列ベクトルであるから、$\mathbf{A}_L\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)$ は各産業の産出額合計を 1 とする産業別商品投入比率行列(商品×産業)となる。なお我が国の産業連関表(商品×商品)の屑・副業生産物の扱いにおいて一括方式を適用している。

2.3　欧州統合経済計算体系方式(The European System of Integrated Economic Accounts Method)

この手法は EURO STAT(1979)と Viet(1986)によって以下の数式のように提示されている。

$$\mathbf{A}_E\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)\right)^{-1}$$

U 表が商品×産業の行列、$\mathbf{V}^T\mathbf{e}$ が商品別産出額合計の列ベクトルという無理はあるものの、$\mathbf{A}_E\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)$ は各商品の産出額合計を 1 とする商品別商品投入比率(商品×商品)となる。

---

[2] Jansen and Raa(1990)では^の記号を、(1)対角成分がベクトルの成分であり、非対角成分はゼロである行列と、(2)元の行列の非対角成分のみを残し対角成分を 0 とした行列の両方に用いており、紛らわしい。本稿では前者を diag()、後者を^と区別した。

2.4　トランスファー方式(Transfer Method)

この手法は Stone(1961)、Fukui and Seneta(1985)、Viet(1986)によって以下の数式のように提示されている。

$$\mathbf{A}_T\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\left(\mathbf{U}+\breve{\mathbf{V}}\right)\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)+\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)-\hat{\mathbf{V}}\right)^{-1}$$

$\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)$ は産業別産出額合計の対角行列、$\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)$ は商品別産出額合計の対角行列、$\hat{\mathbf{V}}$ は産業別(商品別)主業生産物産出額の対角行列である[3]。$\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)-\hat{\mathbf{V}}$ は産業別産出額合計の対角行列から産業別(商品別)主業生産物産出額の対角行列を差し引いており、したがって産業別(商品別)副業生産物産出額合計の対角行列になる。$\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)+\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)-\hat{\mathbf{V}}$ は商品別産出額合計の対角行列と商品別副業生産物産出額合計の対角行列を足したものになる。$\mathbf{U}+\breve{\mathbf{V}}$ は U 表(商品×産業)と副業生産物産出額の行列(産業×商品)を足したものである。$\mathbf{A}_T\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)$ は各産業の再定義した産出額を 1 とする、再定義した U 表に基づく産業別商品投入比率(商品×産業)となる。$\mathbf{U}+\breve{\mathbf{V}}$ は商品×産業の行列、$\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)+\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)-\hat{\mathbf{V}}$ は商品×商品の行列という無理はあるものの、$\mathbf{A}_T\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)$ は商品別商品投入比率の行列である。なお我が国の産業連関表(商品×商品)の屑・副業生産物の扱いにおいてトランスファー方式を適用している。

2.5　商品技術仮定モデル(Commodity Technology Model)

次の 3 種類の手法は経済学的な仮定を置いているという特徴があり、それゆえに「モデル」と呼ぶ。このモデルの場合は商品別商品投入構成比が一定であるという仮定を置いている。Jansen and Raa(1990)が"Commodity Technology Model"と呼ぶモデルは、我が国では「商品技術仮定モデル」と一般的に呼ばれている。このモデルは United Nations(1968)、van Rijckeghem(1967)、ten Raa, Chakraborty and Small(1984)、Viet(1986)によって以下の数式のように提示されている。

$$\mathbf{A}_C\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{UV}^{-T}$$

U 表が商品×産業の行列、$\mathbf{V}^{-T}$ が産業×商品の行列であるから、$\mathbf{A}_C\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)$ は商品別商品投入比率の行列である。

---

[3] 1 つの産業に 1 つの主業生産物しかないと考えれば、産業別主業生産物産出額は、その産業の主業生産物別、すなわち商品別でもある。

2.6　副産物技術モデル(By-product Technology Model)

この手法はストーン方式とも呼ばれる。このモデルは Stone(1961)、ten Raa, Chakraborty and Small(1984)、 Fukui and Seneta(1985)、Viet(1986)によって以下の数式のように提示されている[4]。

$$\mathbf{A}_B\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\left(\mathbf{U}-\breve{\mathbf{V}}^T\right)\left(\hat{\mathbf{V}}\right)^{-1}$$

$\mathbf{U}-\breve{\mathbf{V}}^T$ は U 表の行列(商品×産業)から産業別副業生産物産出額の転置行列(商品×産業)を差し引いたものである。すなわち、各産業の副業生産物の産出を、それを主業生産物として生産する産業に販売したとして、マイナス投入として記述する方式である。$\mathbf{U}-\breve{\mathbf{V}}^T$ は U 表の行列(商品×産業)、$\left(\hat{\mathbf{V}}\right)^{-1}$ は産業×商品の行列であるから、$\mathbf{A}_B\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)$ は商品別商品投入比率の行列である。なお我が国の産業連関表(商品×商品)の屑・副業生産物の扱いにおいてストーン方式を適用している。

2.7　産業技術仮定モデル(Industry Technology Model)

このモデルは産業別商品投入比率が一定であるという仮定を置いている。Jansen and Raa(1990)が" Industry Technology Model"と呼ぶモデルは、我が国では「産業技術仮定モデル」と一般的に呼ばれている。このモデルは United Nations(1968)、ten Raa, Chakraborty and Small (1984)によって以下の数式のように提示されている。

$$\mathbf{A}_I\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)\right)^{-1}\mathbf{V}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)\right)^{-1}$$

$\mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)\right)^{-1}$ は産業別商品投入比率行列、$\mathbf{V}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)\right)^{-1}$ は産業別商品産出比率行列であるので、産業別商品投入比率を産業別商品産出比率で組み替えて商品別商品投入比率の行列をもとめていることになる。

2.8　混合技術仮定モデル(CB-mixed Technology Model)

このモデルは、もともと、産業技術仮定モデルと商品技術仮定モデルの混合として、Gigantes (1970)によって暗黙のうちに提示された。ten Raa, Chakraborty and Small (1984)は、産業技術コンポーネントを副産物技術モデルに置き換えた。

---

[4] Jansen and Raa(1990)では「副産物モデル」(By-product Technology Model)と呼びながら、変数記号は副業生産物(secondary product)の $\breve{\mathbf{V}}$ を用いている。副産物(by-product)であるならば $\mathbf{V}_2$ を用いるべきであると思われる。

$$\mathbf{A}_{CB}\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\left(\mathbf{U}-\mathbf{V}_2^T\right)\mathbf{V}_1^{-1}$$

このモデルが産業技術仮定モデルと商品技術仮定モデルの混合であることは以下のように説明される。もし $\mathbf{V}_1=\mathbf{V}$ ならば(すなわち副産物がなければ) $\mathbf{V}_2=0$ であるため、

$$\mathbf{A}_{CB}\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\mathbf{V}^{-1}=\mathbf{A}_C\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)$$

となる。もし $\mathbf{V}_1=\hat{\mathbf{V}}$ かつ $\mathbf{V}_2=\breve{\mathbf{V}}$ ならば(すなわち副業製品と副産物が同じならば)

$$\mathbf{A}_{CB}\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\left(\mathbf{U}-\breve{\mathbf{V}}^T\right)\hat{\mathbf{V}}^{-1}=\mathbf{A}_B\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)$$

となる。

2.9 まとめ

以上の 7 種類の方式をまとめたものが表 1 である。

表 1 非対称表から対称表を推計するモデル一覧

名称	数式
一括モデル (Lump-sum)	$\mathbf{A}_L\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}\mathbf{e}\right)\right)^{-1}$
欧州体系モデル (European-system)	$\mathbf{A}_E\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)\right)^{-1}$
移転モデル (Transfer)	$\mathbf{A}_T\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\left(\mathbf{U}+\breve{\mathbf{V}}\right)\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}\mathbf{e}\right)+\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)-\hat{\mathbf{V}}\right)^{-1}$
商品技術仮定モデル (Commodity Technology)	$\mathbf{A}_C\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\mathbf{V}^{-T}$
副産物技術仮定モデル (By-product Technology)	$\mathbf{A}_B\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\left(\mathbf{U}-\breve{\mathbf{V}}^T\right)\left(\hat{\mathbf{V}}\right)^{-1}$
産業技術仮定モデル (Industry Technology)	$\mathbf{A}_I\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}\mathbf{e}\right)\right)^{-1}\mathbf{V}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)\right)^{-1}$
混合技術仮定モデル (CB-mixed Technology)	$\mathbf{A}_{CB}\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\left(\mathbf{U}-\breve{\mathbf{V}}_2^T\right)\mathbf{V}_1^{-1}$

出所)Jansen and Raa(1990)に基づいて著者作成。

以上の 7 種類のモデルのうち、混合技術仮定モデルについては簡単な推計例を示すことが難しい。副産物の区別は分析者によって異なるからである。ten Raa and Jansen(1989)も混合技術仮定モデルについては推計例を示していない。次節では混合技術仮定モデルを除く 6 種類のモデルについて推計を行った。

３．仮想データを用いた中間投入係数行列の推計例

3.1　一括方式

図１は２種類の仮想データに一括方式を適用した中間投入係数行列の推計例を示している。仮想データ１についてみると、**Ve** が産業別産出額合計（**V** のヨコ方向の合計）の列ベクトル

$$\mathbf{Ve}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\ 1\end{pmatrix}$$

であること、その成分を対角に並べた行列が

$$\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

であることが確認できる。また $\mathbf{A}_L\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)$ は各産業の産出額合計(2,1)を１とする産業別商品投入比率(商品×産業)となっていることが確認できる。

U：使用表

	産業１	産業２
商品１	0.5	0
商品２	1	0.5

V：商品産出表

	商品１	商品２
産業１	1	1
産業２	0	1

e

1
1

Ve

産業１	2
産業２	1

diag(**Ve**)

	産業１	産業２
産業１	2	0
産業２	0	1

diag(**Ve**)$^{-1}$

	産業１	産業２
産業１	0.5	0
産業２	0	1

$$\mathbf{A}_L\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)\right)^{-1}$$

$\mathbf{A}_L$

	産業１	産業２
商品１	0.25	0
商品２	0.5	0.5

仮想データ１

U：使用表

	産業１	産業２
商品１	0	0.5
商品２	0.5	0

V：商品産出表

	商品１	商品２
産業１	0.666667	0.333333
産業２	0.333333	0.666667

e

1
1

Ve

産業１	1
産業２	1

diag(**Ve**)

	産業１	産業２
産業１	1	0
産業２	0	1

diag(**Ve**)$^{-1}$

	産業１	産業２
産業１	1	0
産業２	0	1

$$\mathbf{A}_L\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)\right)^{-1}$$

$\mathbf{A}_L$

	産業１	産業２
商品１	0	0.5
商品２	0.5	0

仮想データ２

図1　仮想データに一括方式を適用した中間投入係数行列の推計例

3.2　欧州統合経済計算体系方式

図 2 は 2 種類の仮想データに欧州統合経済計算体系方式を適用した中間投入係数行列の推計例を示している。仮想データ 1 についてみると、$\mathbf{Ve}$ が産業別産出額合計の列ベクトルであること、$\mathbf{V}^T\mathbf{e}$ は商品別産出額合計の列ベクトル

$$\mathbf{V}^T\mathbf{e}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}^T\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}$$

であること、その成分を対角に並べた行列が

$$\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$$

であることが確認できる。そしてその逆行列は

$$\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)\right)^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}^{-1}=\frac{1}{1\times 2-0\times 0}\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0.5\end{pmatrix}$$

となる。そして」$\mathbf{A}_E\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)$ は各商品の産出額合計(1,2)を 1 とする産業別商品投入比率(商品×商品)となることが確認できる。産業の投入を分子、商品の産出額合計を分母にしているので、仮想データ 1 では $\mathbf{A}_E\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)$ の商品 1 のタテ合計が 1 を超えている。

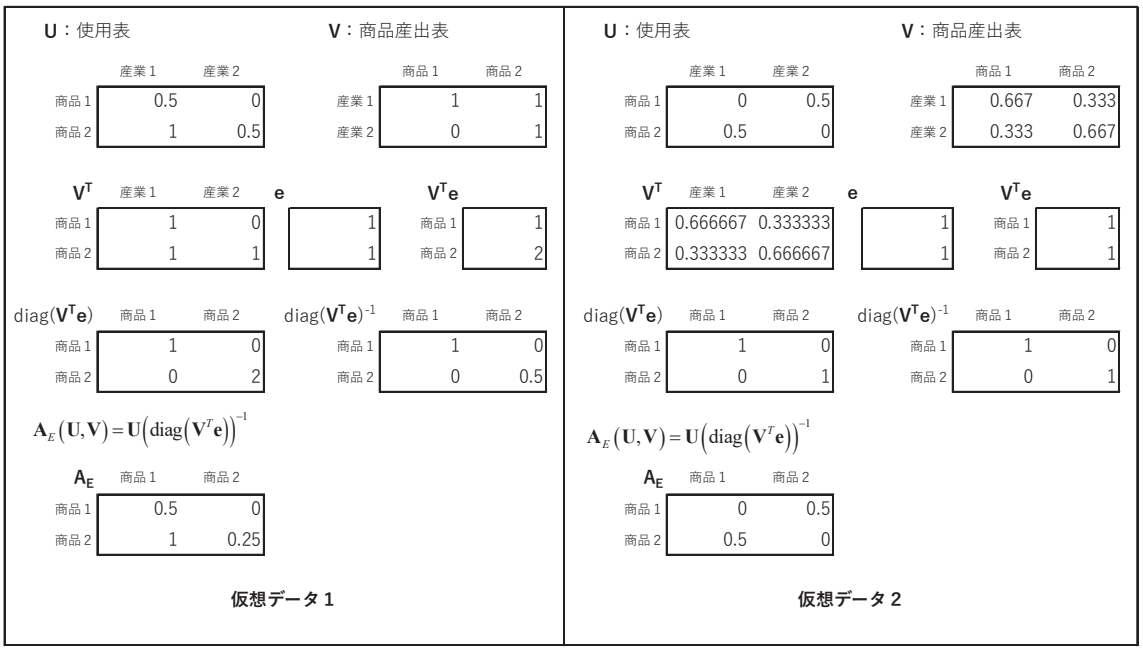

図2　仮想データに欧州統合経済計算体系方式を適用した中間投入係数行列の推計例

3.3　トランスファー方式

図３は２種類の仮想データにトランスファー方式を適用した中間投入係数行列の推計例を示している。$\hat{\mathbf{V}}$ は行列 $\mathbf{V}$ の対角成分のみを残し非対角成分を 0 とした行列(主業生産物産出額の対角行列)、$\breve{\mathbf{V}}$ は行列 $\mathbf{V}$ の非対角成分のみを残し対角成分を 0 とした行列(副業生産物産出額の行列)に分割されていることが確認できる。

$$\hat{\mathbf{V}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\breve{\mathbf{V}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{V}} + \breve{\mathbf{V}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{V}$$

また仮想データ１についてみると、$\mathrm{diag}(\mathbf{Ve}) + \mathrm{diag}(\mathbf{V}^T\mathbf{e}) - \hat{\mathbf{V}}$ は商品別産出額合計の対角行列

$$\mathrm{diag}(\mathbf{V}^T\mathbf{e}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

と産業(商品)別副業生産物産出額合計の対角行列

$$\mathrm{diag}(\mathbf{Ve}) - \hat{\mathbf{V}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

を足したもの

$$\mathrm{diag}(\mathbf{Ve}) + \mathrm{diag}(\mathbf{V}^T\mathbf{e}) - \hat{\mathbf{V}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

となり、さらにその逆行列は

$$\left(\mathrm{diag}(\mathbf{Ve}) + \mathrm{diag}(\mathbf{V}^T\mathbf{e}) - \hat{\mathbf{V}}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{2\times 2 - 0\times 0}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

となることが確認できる。また $\mathbf{U} + \breve{\mathbf{V}}$ はＵ表(商品×産業)と副業生産物産出額の行列 $\breve{\mathbf{V}}$ (産業×商品)を足したものであり、

$$\mathbf{U} + \breve{\mathbf{V}} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 1 & 0.5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 1 \\ 1 & 0.5 \end{pmatrix}$$

産業１の商品２(副業生産物)の産出(V 表の１行２列目の 1)は、(商品２を主業生産物として生産する)産業２の商品１の投入($\mathbf{U} + \breve{\mathbf{V}}$ の１行２列目の 1)として移転されていることが確認できる。その分、$\mathrm{diag}(\mathbf{Ve}) + \mathrm{diag}(\mathbf{V}^T\mathbf{e}) - \hat{\mathbf{V}}$ では商品１の産出合計額が１から２に増えている。

U：使用表

	産業1	産業2
商品1	0.5	0
商品2	1	0.5

V：商品産出表

	商品1	商品2
産業1	1	1
産業2	0	1

$\mathbf{V}^T$

	産業1	産業2
商品1	1	0
商品2	1	1

e

1
1

V^：Vの対角成分のみ

	商品1	商品2
産業1	1	0
産業2	0	1

V̌：Vの非対角成分のみ

	商品1	商品2
産業1	0	1
産業2	0	0

Ve

産業1	2
産業2	1

$\mathbf{V}^T\mathbf{e}$

商品1	1
商品2	2

diag(**Ve**)

	産業1	産業2
産業1	2	0
産業2	0	1

diag($\mathbf{V}^T\mathbf{e}$)

	商品1	商品2
商品1	1	0
商品2	0	2

U＋**V**ˇ

	産業1	産業2
商品1	0.5	1
商品2	1	0.5

diag(**Ve**)＋diag($\mathbf{V}^T\mathbf{e}$)-**V**^

2	0
0	2

(diag(**Ve**)＋diag($\mathbf{V}^T\mathbf{e}$)-**V**^)$^{-1}$

0.5	0
0	0.5

$$\mathbf{A}_T(\mathbf{U},\mathbf{V}) = \left(\mathbf{U}+\bar{\mathbf{V}}\right)\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)+\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)-\hat{\mathbf{V}}\right)^{-1}$$

$\mathbf{A}_T$

	商品1	商品2
商品1	0.25	0.5
商品2	0.5	0.25

仮想データ1

U：使用表

	産業1	産業2
商品1	0	0.5
商品2	0.5	0

V：商品産出表

	商品1	商品2
産業1	0.666667	0.33333
産業2	0.333333	0.66667

$\mathbf{V}^T$

	産業1	産業2
商品1	0.666667	0.333333
商品2	0.333333	0.666667

e

1
1

V^：Vの対角成分のみ

	商品1	商品2
産業1	0.666667	0
産業2	0	0.666667

V̌：Vの非対角成分のみ

	商品1	商品2
産業1	0	0.333333
産業2	0.333333	0

Ve

産業1	1
産業2	1

$\mathbf{V}^T\mathbf{e}$

商品1	1
商品2	1

diag(**Ve**)

	産業1	産業2
産業1	1	0
産業2	0	1

diag($\mathbf{V}^T\mathbf{e}$)

	商品1	商品2
商品1	1	0
商品2	0	1

U＋**V**ˇ

	産業1	産業2
商品1	0	0.833333
商品2	0.833333	0

diag(**Ve**)＋diag($\mathbf{V}^T\mathbf{e}$)-**V**^

1.3333333	0
0	1.333333

(diag(**Ve**)＋diag($\mathbf{V}^T\mathbf{e}$)-**V**^)$^{-1}$

0.75	0
0	0.75

$$\mathbf{A}_T(\mathbf{U},\mathbf{V}) = \left(\mathbf{U}+\bar{\mathbf{V}}\right)\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)+\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)-\hat{\mathbf{V}}\right)^{-1}$$

$\mathbf{A}_T$

	商品1	商品2
商品1	0	0.625
商品2	0.625	0

仮想データ2

図3　仮想データにトランスファー方式を適用した中間投入係数行列の推計例

3.4　商品技術仮定モデル

図４は２種類の仮想データに商品技術仮定モデルを適用した中間投入係数行列の推計例を示している。仮想データ１についてみると

$$\left(\mathbf{V}^T\right)^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}^{-T}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}^{-1}==\frac{1}{1\times 1-1\times 0}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_C\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\mathbf{V}^{-T}=\begin{pmatrix}0.5 & 0\\ 1 & 0.5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.5 & 0\\ 1-0.5 & 0.5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.5 & 0\\ 0.5 & 0.5\end{pmatrix}$$

となることが確認できる。なお仮想データ２のケースをみると、中間投入係数行列に負値の成分がある。

$$\mathbf{A}_C\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\mathbf{V}^{-T}=\begin{pmatrix}0 & 1/2\\ 1/2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1/2 & 1\\ 1 & -1/2\end{pmatrix}$$

中間投入係数は原則として正値でなければならないから、これが商品技術仮定モデルの弱点である。

U：使用表

	産業１	産業２
商品１	0.5	0
商品２	1	0.5

V：商品産出表

	商品１	商品２
産業１	1	1
産業２	0	1

$\mathbf{V}^T$

	産業１	産業２
商品１	1	0
商品２	1	1

$(\mathbf{V}^T)^{-1}$

	産業１	産業２
商品１	1	0
商品２	-1	1

$\mathbf{A}_C(\mathbf{U},\mathbf{V})=\mathbf{U}\mathbf{V}^{-T}$

$\mathbf{A}_C$

	商品１	商品２
商品１	0.5	0
商品２	0.5	0.5

仮想データ１

U：使用表

	産業１	産業２
商品１	0	0.5
商品２	0.5	0

V：商品産出表

	商品１	商品２
産業１	0.667	0.333
産業２	0.333	0.667

$\mathbf{V}^T$

	産業１	産業２
商品１	0.667	0.333
商品２	0.333	0.667

$(\mathbf{V}^T)^{-1}$

	産業１	産業２
商品１	2	-1
商品２	-1	2

$\mathbf{A}_C(\mathbf{U},\mathbf{V})=\mathbf{U}\mathbf{V}^{-T}$

$\mathbf{A}_C$

	商品１	商品２
商品１	-0.5	1
商品２	1	-0.5

仮想データ２

図４　仮想データに商品技術仮定モデルを適用した中間投入係数行列の推計例

3.5　副産物技術仮定モデル

図５は２種類の仮想データに副産物技術仮定モデルを適用した中間投入係数行列の推計例を示している。$\mathbf{U}-\check{\mathbf{V}}^T$ は U 表(商品×産業)から産業別副業生産物産出額の転置行列(商品×産業)を差し引いたものであり、仮想データ２についてみると、U 表では産業１に商品２の投入が 0.5(=1/2)あるが、V表では産業１に商品２の産出が 0.333333(=1/3)あるので両者を相殺して $\mathbf{U}-\check{\mathbf{V}}^T$ では産業１に商品２の投入が 0.166667(=0.5－0.333333)ある。

$$\mathbf{U}-\check{\mathbf{V}}^T=\begin{pmatrix}0 & 1/2\\ 1/2 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0 & 1/3\\ 1/3 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1/6\\ 1/6 & 0\end{pmatrix}$$

これに

$$\left(\hat{\mathbf{V}}\right)^{-1}=\begin{pmatrix}2/3 & 0\\ 0 & 2/3\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}3/2 & 0\\ 0 & 3/2\end{pmatrix}$$

を右からかけると

$$\mathbf{A}_B\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\left(\mathbf{U}-\check{\mathbf{V}}^T\right)\left(\hat{\mathbf{V}}\right)^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 1/6\\ 1/6 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3/2 & 0\\ 0 & 3/2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1/4\\ 1/4 & 0\end{pmatrix}$$

となることが確認できる。

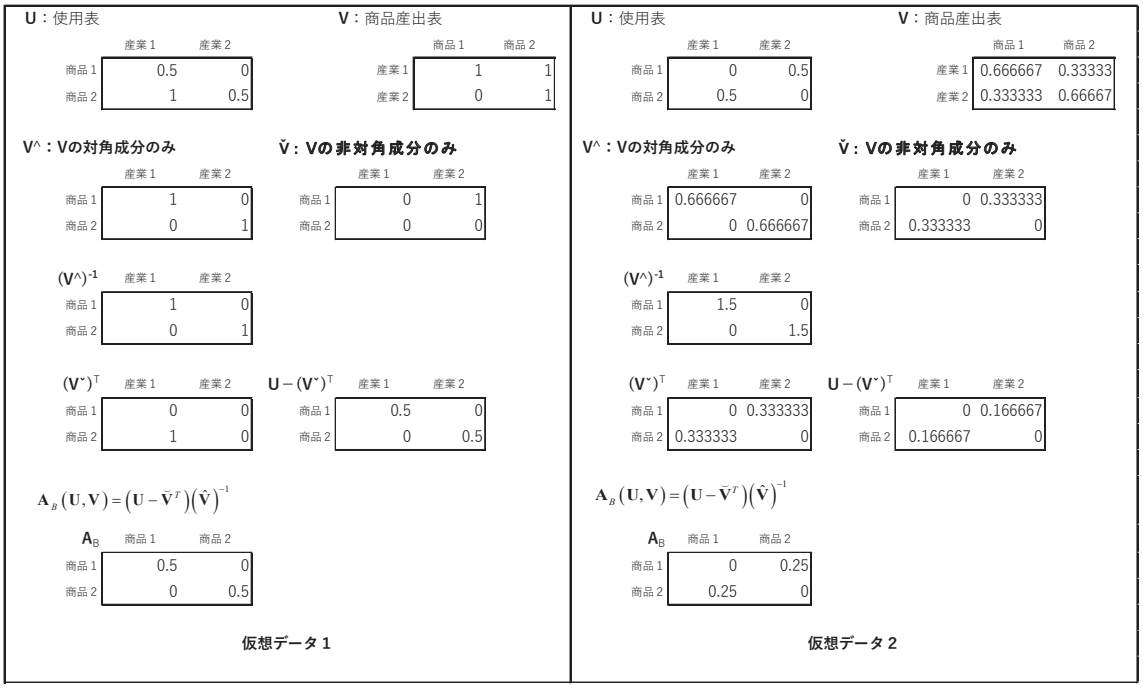

図５　仮想データに副産物技術モデルを適用した中間投入係数行列の推計例

3.6　産業技術仮定モデル

図 6 は２種類の仮想データに産業技術仮定モデルを適用した中間投入係数行列の推計例を示している。$\mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)\right)^{-1}$ は産業別商品投入比率、$\mathbf{V}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^{T}\mathbf{e}\right)\right)^{-1}$ は産業別商品産出比率であること、産業別商品投入比率を産業別商品産出比率で組み替えて商品別商品投入比率の行列を仮想データ１については

$$
\begin{aligned}
\mathbf{A}_{I}\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right) &= \mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)\right)^{-1}\mathbf{V}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^{T}\mathbf{e}\right)\right)^{-1} \\
&= \begin{pmatrix} 0.25 & 0 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.25 & 0.25\times 0.5 \\ 0.5 & 0.5\times 0.5+0.5\times 0.5 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0.25 & 0.125 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

ともとめていることが確認できる。

U：使用表

	産業１	産業２
商品１	0.5	0
商品２	1	0.5

V：商品産出表

	商品１	商品２
産業１	1	1
産業２	0	1

V^{T}

	産業１	産業２
商品１	1	0
商品２	1	1

e

1
1

Ve

産業１ 2
産業２ 1

V^{T}**e**

商品１ 1
商品２ 2

diag(**Ve**)

	商品１	商品２
産業１	2	0
産業２	0	1

diag(**Ve**)$^{-1}$

	商品１	商品２
産業１	0.5	0
産業２	0	1

diag(**V**^{T}**e**)

	産業１	産業２
商品１	1	0
商品２	0	2

diag(**V**^{T}**e**)$^{-1}$

	産業１	産業２
商品１	1	0
商品２	0	0.5

U(diag(**Ve**)$^{-1}$)

	産業１	産業２
商品１	0.25	0
商品２	0.5	0.5

Vdiag(**V**^{T}**e**)$^{-1}$

	商品１	商品２
産業１	1	0.5
産業２	0	0.5

$$\mathbf{A}_{I}\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)\right)^{-1}\mathbf{V}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^{T}\mathbf{e}\right)\right)^{-1}$$

A$_{I}$

	商品１	商品２
商品１	0.25	0.125
商品２	0.5	0.5

仮想データ１

U：使用表

	産業１	産業２
商品１	0	0.5
商品２	0.5	0

V：商品産出表

	商品１	商品２
産業１	0.667	0.333
産業２	0.333	0.667

V^{T}

	産業１	産業２
商品１	0.666667	0.333333
商品２	0.333333	0.666667

e

1
1

V^{T}**e**

商品１ 1
商品２ 1

Ve

産業１ 1
産業２ 1

V^{T}**e**

商品１ 1
商品２ 1

diag(**Ve**)

	商品１	商品２
産業１	1	0
産業２	0	1

diag(**Ve**)$^{-1}$

	商品１	商品２
産業１	1	0
産業２	0	1

diag(**V**^{T}**e**)

	産業１	産業２
商品１	1	0
商品２	0	1

diag(**V**^{T}**e**)$^{-1}$

	産業１	産業２
商品１	1	0
商品２	0	1

U(diag(**Ve**)$^{-1}$)

	産業１	産業２
商品１	0	0.5
商品２	0.5	0

Vdiag(**V**^{T}**e**)$^{-1}$

	商品１	商品２
産業１	0.666667	0.333333
産業２	0.333333	0.666667

$$\mathbf{A}_{I}\left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right)=\mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)\right)^{-1}\mathbf{V}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^{T}\mathbf{e}\right)\right)^{-1}$$

A$_{I}$

	商品１	商品２
商品１	0.166667	0.333333
商品２	0.333333	0.166667

仮想データ２

図６　仮想データに産業技術仮定モデルを適用した中間投入係数行列の推計例

3.7　まとめ

以上の推計例をもとめたものが図７である。推計方式によって推計される中間投入係数行列が異なることが確認できる。

一括方式

仮想データ１		仮想データ２	
0.25	0	0	0.5
0.5	0.5	0.5	0

商品技術仮定モデル

仮想データ１		仮想データ２	
0.5	0	-0.5	1
0.5	0.5	1	-0.5

欧州統合経済計算体系方式

仮想データ１		仮想データ２	
0.5	0	0	0.5
1	0.25	0.5	0

副産物技術仮定モデル

仮想データ１		仮想データ２	
0.5	0	0	0.25
0	0.5	0.25	0

トランスファー方式

仮想データ１		仮想データ２	
0.25	0.5	0	0.625
0.5	0.25	0.625	0

産業技術仮定モデル

仮想データ１		仮想データ２	
0.25	0.125	0.167	0.333
0.5	0.5	0.333	0.167

図７　仮想データに各モデルを適用した中間投入係数行列の推計結果の比較

４．令和２年供給・使用表を用いた対称産業連関表の中間投入係数行列の推計例

4.1　令和２年供給・使用表

表２は推計に用いた令和２年供給・使用表を示している。産業１は「第１次産業」、産業２は「第２次産業」、産業３は「第３次産業」、生産物１は「農林水産品」、生産物２は「鉱産品、製造品、建設」、生産物３は「その他の生産物」に対応している。

表２　推計に用いた令和２年供給・使用表

供給表　（単位：兆円）

	生産物１	生産物２	生産物３	国内生産額
産業１	12	0	0	12
産業２	0	340	9	349
産業３	0	9	658	667
輸入	2	75	16	
総供給	14	424	683	

使用表（生産者価格）　（単位：兆円）

	産業１	産業２	産業３	国内最終需要	輸出	総使用
生産物１	2	7	1	4	0	14
生産物２	3	146	58	160	57	424
生産物３	2	60	187	408	26	683
粗付加価値	5	136	421			
国内生産額	12	349	667			

産業１:第１次産業　　生産物１:農林水産品
産業２:第２次産業　　生産物２:鉱産品、製造品、建設
産業３:第３次産業　　生産物３:その他の生産物

4.2　一括方式

図８は令和２年供給・使用表に一括方式を適用した中間投入係数行列の推計例を示している。

U：使用表

	産業１	産業２	産業３	国内FD	輸出
生産物１	2	7	1	4	0
生産物２	3	146	58	160	57
生産物３	2	60	187	408	26
付加価値	5	136	421		

V：供給表

	生産物１	生産物２	生産物３
産業１	12	0	0
産業２	0	340	9
産業３	0	9	658
輸入等	2	75	16

e

1
1
1

Ve

産業１	12
産業２	349
産業３	667

diag(**Ve**)

	産業１	産業２	産業３
産業１	12	0	0
産業２	0	349	0
産業３	0	0	667

diag(**Ve**)$^{-1}$

	産業１	産業２	産業３
産業１	0.083	0.000	0.000
産業２	0.000	0.003	0.000
産業３	0.000	0.000	0.001

$$\mathbf{A}_L(\mathbf{U},\mathbf{V}) = \mathbf{U}\left(\mathrm{diag}(\mathbf{Ve})\right)^{-1}$$

$\mathbf{A_L}$

	産業１	産業２	産業３
生産物１	0.167	0.020	0.001
生産物２	0.250	0.418	0.087
生産物３	0.167	0.172	0.280

令和２年供給・使用表

図８　令和2年供給・使用表に一括方式を適用した中間投入係数行列の推計例

4.3　欧州統合経済計算体系方式

図９は令和２年供給・使用表に欧州統合経済計算体系方式を適用した中間投入係数行列の推計例を示している。

U：使用表

	産業１	産業２	産業３	国内FD	輸出
生産物１	2	7	1	4	0
生産物２	3	146	58	160	57
生産物３	2	60	187	408	26
付加価値	5	136	421		

V：供給表

	生産物１	生産物２	生産物３
産業１	12	0	0
産業２	0	340	9
産業３	0	9	658
輸入等	2	75	16

$\mathbf{V}^T$

	産業１	産業２	産業３	輸入等
生産物１	12	0	0	2
生産物２	0	340	9	75
生産物３	0	9	658	16

e

1
1
1
1

$\mathbf{V}^T\mathbf{e}$

生産物１	14
生産物２	424
生産物３	683

$\mathrm{diag}(\mathbf{V}^T\mathbf{e})$

	生産物１	生産物２	生産物３
生産物１	14	0	0
生産物２	0	424	0
生産物３	0	0	683

$\mathrm{diag}(\mathbf{V}^T\mathbf{e})^{-1}$

	生産物１	生産物２	生産物３
生産物１	0.071	0.000	0.000
生産物２	0.000	0.002	0.000
生産物３	0.000	0.000	0.001

$$\mathbf{A}_E(\mathbf{U},\mathbf{V}) = \mathbf{U}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)\right)^{-1}$$

$\mathbf{A}_E$

	生産物１	生産物２	生産物３
生産物１	0.143	0.017	0.001
生産物２	0.214	0.344	0.085
生産物３	0.143	0.142	0.274

令和２年供給・使用表

図９　令和2年供給・使用表に欧州統合経済計算体系方式を用いた中間投入係数行列の推計例

4.4　トランスファー方式

図 10 は令和 2 年供給・使用表にトランスファー方式を適用した中間投入係数行列の推計例を示している。

U：使用表

	産業 1	産業 2	産業 3	国内FD	輸出
生産物 1	2	7	1	4	0
生産物 2	3	146	58	160	57
生産物 3	2	60	187	408	26
付加価値	5	136	421		

V：供給表

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
産業 1	12	0	0
産業 2	0	340	9
産業 3	0	9	658
輸入等	2	75	16

$\mathbf{V}^{\mathrm{T}}$

	産業 1	産業 2	産業 3	輸入等
生産物 1	12	0	0	2
生産物 2	0	340	9	75
生産物 3	0	9	658	16

$\mathbf{e}_4$

1
1
1
1

$\mathbf{e}_3$

1
1
1

V^：Vの対角成分のみ

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
産業 1	12	0	0
産業 2	0	340	0
産業 3	0	0	658

V̌：Vの非対角成分のみ

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
産業 1	0	0	0
産業 2	0	0	9
産業 3	0	9	0

$\mathbf{Ve}_3$

産業 1	12
産業 2	349
産業 3	667

$\mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{e}_4$

生産物 1	14
生産物 2	424
生産物 3	683

$\mathbf{U}+\mathbf{V}^{\vee}$

	産業 1	産業 2	産業 3
生産物 1	2	7	1
生産物 2	3	146	67
生産物 3	2	69	187

$\mathrm{diag}(\mathbf{Ve}_3)$

	産業 1	産業 2	産業 3
産業 1	12	0	0
産業 2	0	349	0
産業 3	0	0	667

$\mathrm{diag}(\mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{e}_4)$

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
生産物 1	14	0	0
生産物 2	0	424	0
生産物 3	0	0	683

$\mathrm{diag}(\mathbf{Ve}_3)+\mathrm{diag}(\mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{e}_4)\text{-}\mathbf{V}\hat{}$

14	0	0
0	433	0
0	0	692

$(\mathrm{diag}(\mathbf{Ve}_3)+\mathrm{diag}(\mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{e}_4)\text{-}\mathbf{V}\hat{})^{-1}$

0.071	0.000	0.000
0.000	0.002	0.000
0.000	0.000	0.001

$$\mathbf{A}_T(\mathbf{U},\mathbf{V})=\left(\mathbf{U}+\check{\mathbf{V}}\right)\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{Ve}\right)+\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)-\hat{\mathbf{V}}\right)^{-1}$$

$\mathbf{A}_{\mathrm{T}}$

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
生産物 1	0.143	0.016	0.001
生産物 2	0.214	0.337	0.097
生産物 3	0.143	0.159	0.270

令和 2 年供給・使用表

図10　令和2年供給・使用表にトランスファー方式を用いた中間投入係数行列の推計例

4.5　商品技術仮定モデル

図 11 は令和 2 年供給・使用表に商品技術仮定モデルを適用した中間投入係数行列の推計例を示している。

U：使用表

	産業 1	産業 2	産業 3	国内FD	輸出
生産物 1	2	7	1	4	0
生産物 2	3	146	58	160	57
生産物 3	2	60	187	408	26
付加価値	5	136	421		

V：供給表

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
産業 1	12	0	0
産業 2	0	340	9
産業 3	0	9	658
輸入等	2	75	16

$\mathbf{V}^{\mathbf{T}}$

	産業 1	産業 2	産業 3	輸入等
生産物 1	12	0	0	2
生産物 2	0	340	9	75
生産物 3	0	9	658	16

$(\mathbf{V}^{\mathrm{T}})^{-1}$

	産業 1	産業 2	産業 3
生産物 1	0.083	0.000	0.000
生産物 2	0.000	0.003	0.000
生産物 3	0.000	0.000	0.002

$$\mathbf{A}_C(\mathbf{U},\mathbf{V}) = \mathbf{U}\mathbf{V}^{-T}$$

$\mathbf{A}_{\mathrm{C}}$

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
生産物 1	0.167	0.021	0.001
生産物 2	0.250	0.427	0.082
生産物 3	0.167	0.169	0.282

令和 2 年供給・使用表

図11　令和2年供給・使用表に商品技術仮定モデルを用いた中間投入係数行列の推計例

4.6　副産物技術仮定モデル

図 12 は令和 2 年供給・使用表に副業生産物仮定モデルを適用した中間投入係数行列の推計例を示している。

U：使用表

	産業 1	産業 2	産業 3	国内FD	輸出
生産物 1	2	7	1	4	0
生産物 2	3	146	58	160	57
生産物 3	2	60	187	408	26
付加価値	5	136	421		

V：供給表

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
産業 1	12	0	0
産業 2	0	340	9
産業 3	0	9	658
輸入等	2	75	16

V^：Vの対角成分のみ

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
産業 1	12	0	0
産業 2	0	340	0
産業 3	0	0	658

V̌：Vの非対角成分のみ

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
産業 1	0	0	0
産業 2	0	0	9
産業 3	0	9	0

$(\mathbf{V}\hat{})^{-1}$

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
産業 1	0.083	0.000	0.000
産業 2	0.000	0.003	0.000
産業 3	0.000	0.000	0.002

$(\mathbf{V}\check{})^{T}$

	産業 1	産業 2	産業 3
生産物 1	0	0	0
生産物 2	0	0	9
生産物 3	0	9	0

$\mathbf{U}-(\mathbf{V}\check{})^{T}$

	産業 1	産業 2	産業 3
生産物 1	2	7	1
生産物 2	3	146	49
生産物 3	2	51	187

$$\mathbf{A}_B(\mathbf{U},\mathbf{V}) = \left(\mathbf{U}-\check{\mathbf{V}}^T\right)\left(\hat{\mathbf{V}}\right)^{-1}$$

$\mathbf{A}_B$

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
生産物 1	0.167	0.021	0.002
生産物 2	0.250	0.429	0.074
生産物 3	0.167	0.150	0.284

令和 2 年供給・使用表

図12　令和2年供給・使用表に副産物技術仮定モデルを用いた中間投入係数行列の推計例

4.7　産業技術仮定モデル

図 13 は令和 2 年供給・使用表に産業技術仮定モデルを適用した中間投入係数行列の推計例を示している。

U：使用表

	産業 1	産業 2	産業 3	国内FD	輸出
生産物 1	2	7	1	4	0
生産物 2	3	146	58	160	57
生産物 3	2	60	187	408	26
付加価値	5	136	421		

V：供給表

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
産業 1	12	0	0
産業 2	0	340	9
産業 3	0	9	658
輸入等	2	75	16

$\mathbf{V}^T$

	産業 1	産業 2	産業 3	輸入等
生産物 1	12	0	0	2
生産物 2	0	340	9	75
生産物 3	0	9	658	16

$\mathbf{e}_4$

1
1
1
1

$\mathbf{e}_3$

1
1
1

$\mathbf{Ve}_3$

産業 1	12
産業 2	349
産業 3	667

$\mathbf{V}^T\mathbf{e}_4$

生産物 1	14
生産物 2	424
生産物 3	683

$\mathrm{diag}(\mathbf{Ve}_3)$

	産業 1	産業 2	産業 3
産業 1	12	0	0
産業 2	0	349	0
産業 3	0	0	667

$\mathrm{diag}(\mathbf{Ve}_3)^{-1}$

	産業 1	産業 2	産業 3
産業 1	0.083	0.000	0.000
産業 2	0.000	0.003	0.000
産業 3	0.000	0.000	0.001

$\mathrm{diag}(\mathbf{V}^T\mathbf{e}_4)$

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
生産物 1	14	0	0
生産物 2	0	424	0
生産物 3	0	0	683

$\mathrm{diag}(\mathbf{V}^T\mathbf{e}_4)^{-1}$

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
生産物 1	0.071	0.000	0.000
生産物 2	0.000	0.002	0.000
生産物 3	0.000	0.000	0.001

$\mathbf{U}(\mathrm{diag}(\mathbf{Ve}_3)^{-1})$

	産業 1	産業 2	産業 3
生産物 1	0.167	0.020	0.001
生産物 2	0.250	0.418	0.087
生産物 3	0.167	0.172	0.280

$\mathbf{V}\mathrm{diag}(\mathbf{V}^T\mathbf{e}_4)^{-1}$

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
産業 1	0.857	0.000	0.000
産業 2	0.000	0.802	0.013
産業 3	0.000	0.021	0.963

$$\mathbf{A}_I(\mathbf{U},\mathbf{V}) = \mathbf{U}\left(\mathrm{diag}(\mathbf{Ve})\right)^{-1}\mathbf{V}\left(\mathrm{diag}\left(\mathbf{V}^T\mathbf{e}\right)\right)^{-1}$$

$\mathbf{A}_I$

	生産物 1	生産物 2	生産物 3
生産物 1	0.143	0.016	0.002
生産物 2	0.214	0.337	0.089
生産物 3	0.143	0.144	0.272

令和 2 年供給・使用表

図13　令和2年供給・使用表に産業技術モデルを用いた中間投入係数行列の推計例

4.8　まとめ

以上の推計例をまとめたものが図 14 である。各方式の中間投入係数行列の推計結果と実際の X 表(消費×商品)の中間投入係数行列を比較するため、両者の差をまず計算し、次に両者の差の二乗和を計算した。差の二乗和が最も小さくなったのは商品技術仮定モデル、次に一括方式、その次に副産物技術仮定モデルであった。逆に産業技術仮定は最も差の二乗和が大きくなった。

実際のX表

0.143	0.023	0.002
0.214	0.425	0.084
0.143	0.170	0.280

一括方式

0.167	0.020	0.001
0.250	0.418	0.087
0.167	0.172	0.280

実際のX表との差

0.024	-0.003	0.000
0.036	-0.007	0.003
0.024	0.002	0.001

差二乗和 0.0025

欧州統合経済計算体系方式

0.143	0.017	0.001
0.214	0.344	0.085
0.143	0.142	0.274

実際のX表との差

0.000	-0.006	0.000
0.000	-0.081	0.001
0.000	-0.028	-0.006

差二乗和 0.0074

トランスファー方式

0.143	0.016	0.001
0.214	0.337	0.097
0.143	0.159	0.270

実際のX表との差

0.000	-0.007	0.000
0.000	-0.088	0.013
0.000	-0.010	-0.009

差二乗和 0.0082

商品技術仮定モデル

0.167	0.021	0.001
0.250	0.427	0.082
0.167	0.169	0.282

実際のX表との差

0.024	-0.002	0.000
0.036	0.002	-0.002
0.024	-0.001	0.002

差二乗和 0.0024

副産物技術仮定モデル

0.167	0.021	0.002
0.250	0.429	0.074
0.167	0.150	0.284

実際のX表との差

0.024	-0.002	0.000
0.036	0.004	-0.010
0.024	-0.020	0.004

差二乗和 0.0029

産業技術仮定モデル

0.143	0.016	0.002
0.214	0.337	0.089
0.143	0.144	0.272

実際のX表との差

0.000	-0.007	0.000
0.000	-0.088	0.005
0.000	-0.026	-0.007

差二乗和 0.0085

図14　各モデルを用いた中間投入係数行列の推計結果の比較

5. 結論

本稿では、Jansen. and T. ten Raa(1990)が提示した各手法を用いた対称産業連関表の中間投入係数行列の簡単な推計例を示した。本稿では２つの種類の仮想データについて推計を行った。１つは、ten Raa and Jansen(1989)が Appendix に示した２商品、２産業の仮想データ１である。もう１つは ten Raa, Chakraborty and Small (1984)が本文に示した２商品、２産業の仮想データ２である。本稿の推計値は、それぞれの論文中に示された推計値と一致した。その上で 2024 年６月に公表された我が国の供給・使用表を３生産物、３産業に集計したデータについても推計を行った。その結果、実際の X 表(消費×商品)の中間投入係数行列の成分と差の二乗和が最も小さくなったのは、商品技術仮定モデルを適用して推計した中間投入係数行列であった。。

参考文献

氏川恵次(2022)「供給・使用表からの対称産業連関表の推計」『産業連関』30(2),36-48.

EUROSTAT(1979), European System of Integrated Economic Accounts (ESA), 2nd ed. , Brussels and Luxemburg: Office of the Official Publications of the European Communities.

Fukui, Y. and E. Seneta(1985), "A Theoretical Approach to the Conventional Treatment of Joint Product in Input-Output Tables," *Economics Letters*, 18, pp.175-179.

Gigantes, T.(1970), "The Representation of Technology in Input Output Systems," in A. P. Carter and A. Br6dy (eds.), *Contributions to Input-Output Analysis*, Amsterdam, North-Holland Publishing Company.

Guo, Jiemin, Ann M. Lawson, and Mark A. Planting(2002), "From Make-Use to Symmetric I-O Tables: An Assessment of Alternative Technology Assumptions," U.S. Bureau of Economic Analysis, WP2002-03

Jansen, Kop P. and T. ten Raa (1990), "The Choice of Model in the Construction of Input–Output Coefficients Matrices." *International Economic Review*, 31, 213–227.

Stone, R.(1961), *Input-Output and National Accounts*, Paris, OECD.

ten Raa,T., Chakraborty, D., and Small, J. A. (1984),"An Alternative Treatment of Secondary Products in Input-Output Analysis," *Review of Economics and Statistics*, 66, pp. 88-97.

ten Raa, M. H., & Jansen, P. (1989), "The choice of model in the construction of input-output coefficients matrices.," *Center Discussion Paper*, Vol., 1989-1.

United Nations(1968), *A System of National Accounts*, New York, United Nations.

Van Rijckeghem(1967), W., "An Exact Method for Determining the Technology Matrix in a Situation with Secondary Products," R*eview of Economics and Statistics*, 49, 607-608

Viet, V. Q.(1986), "Study of Input-Output Tables: 1970-1980," U.N. Statistical Office.

オケージョナル・ペーパー（既刊一覧）

号	タイトル	刊行年月
104	明治2年駿河国人別調における静態把握と動態把握	2020.02
105	地域勘定における一般政府勘定について	2020.04
106	駿河国人別調と甲斐国現在人別調における人口の静態把握 —家別表の調査項目の比較を中心に—	2020.05
107	地租改正にともなう土地評価の改定：東京府日本橋区・京橋区の事例	2020.05
108	駿河国人別調と甲斐国人員運動調における動態把握 —わが国における人口動態統計前史（1）—	2020.05
109	甲斐国人員運動調について —わが国における人口動態統計前史（2）—	2020.06
110	明治4年「一般戸籍の法」における人口の社会動態の把握	2020.06
111	明治前期の戸籍法制と社会移動の統計的把握 —明治4年「戸籍の法」による社会移動把握の制度改定を中心に—	2020.07
112	甲斐国現在人別調における人口概念	2020.07
113	明治初期における物産調査の展開 —明治16年農商務通信規則成立前史—	2020.09
114	明治16年農商務通信規則について	2020.09
115	明治16年農商務通信規則による工業通信事項と附録様式	2020.09
116	東京湾岸地域の人口増加と郵便局の考察	2021.01
117	明治16年農商務通信規則の史的系譜 —農事通信三規則との比較を中心に—	2021.02
118	高齢化状況による介護保険サービスの利用料量の地域差	2021.07
119	自動車保有台数からみるSS過疎地に関する考察	2021.08
120	高齢化率と経年変化からみる事業所数モデルの考察	2021.09
121	甲斐国現在人別調における調査過程	2021.10
122	明治16年農商務通信規則による工場票情報の情報特性	2022.03
123	飲食業ウェブデータにおける「業態」の表記揺れを統一的な表記に補正する データクレンジング手法の開発	2022.12
124	GDP計測における政府・金融サービス	2023.01
125	大正時代におけるドーナッツ化現象の表現手法	2023.03
126	The Compilation and Analyses of 2015 Input-Output Tables for All Municipalities in Japan	2023.03
127	神奈川県の市町村別延べ宿泊者数の試算	2024.03

オケージョナル・ペーパー　No.128
2025年1月31日

発行所　法政大学日本統計研究所
〒194-0298　東京都町田市相原4342
Tel　042-783-2325、2326
Fax 042-783-2332
jsri@adm.hosei.ac.jp
発行人　菅　幹雄

再生紙使用 VEGETABLE OIL INK