問

# ２０２６年度　第１回
# 大学院情報科学研究科

# 修士課程
# 入学試験問題（一般）

## [専門科目]

2025 年 7 月 13 日（日）
9:30～11:00

解　答　要　領

1．問題用紙と解答用紙の両方とも受験番号と氏名を必ず記入すること。

2．質問がある場合は，挙手をすること。

3．問題用紙，解答用紙とも提出すること。

4．８問の内，３問を選択して解答すること（解答は英語あるいは日本語いずれでも良い）。
解答は１問につき１枚の解答用紙を使用し，解答用紙には選択した問題の番号を記入したうえで解答すること。

5．すべて「参照・使用」不可。

※選択した問題の番号欄に○をつけること。

| [1] | [2] | [3] | [4] | [5] | [6] |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

| [7] | [8] |
|---|---|
| | |

| | |
|---|---|
| 受験番号 | |
| 氏　　名 | |

| 試験科目 | 修士課程（一般） |
| --- | --- |
| 専門科目 | |

【問 1】

次のベクトルの組がある.

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},\quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -9 \end{pmatrix},\quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix},\quad \boldsymbol{a}_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix}$$

これらのベクトルを使って行列 $A$ を $A = (\boldsymbol{a}_1\ \boldsymbol{a}_2\ \boldsymbol{a}_3\ \boldsymbol{a}_4)$ と定義する．以下の問いに答えよ.

(1) これらのベクトルの組は 1 次独立か 1 次従属か.

(2) rank $A$ を求めよ.

(3) これらのベクトルの中から最大個数の 1 次独立なベクトルを選び、それを示せ.

(4) 上述のベクトルの組について前問(3)で求めた 1 次独立なベクトルを用い、残りのベクトルを表せ.

(5) $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ を満たす $\boldsymbol{x}$ の総ての集合を求めよ．なお $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ である.

(6) 前問(5)にて表された空間とベクトル $\boldsymbol{x}_\perp = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ は直交する．$\boldsymbol{x}_\perp$を求めよ.

| 試験科目 | 修士課程<br>（一般） |
| --- | --- |
| 専門科目 | |

【問2】

$x$を実数とし，

$$p_0(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad p_1(x) = \frac{\sqrt{6}}{2}x, \quad f(x) = x^2 + \sin(\pi x)$$

とする．$\pi$は円周率である．以下の問いに答えなさい．ただし，(1),(2),(4)に対しては答えだけでなく導出の過程を書きなさい．

(1) $h$を実数とする．

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h) - f(x-h)}{h}$$

は $x$ の関数である．この関数を答えなさい．必要なら，加法定理

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)$$

と，極限に関する等式

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sin(h)}{h} = 1$$

を用いてよい．

(2) 以下の2つの定積分の値

$$\int_{-1}^{1} f(x)p_0(x)\,dx, \quad \int_{-1}^{1} f(x)p_1(x)\,dx$$

を答えなさい．

(3) $a$を実数とする．$x$に関する2つの多項式$g_1(x), g_2(x)$が与えられている．さらに，$g_1(x)$は，定積分に関して$\int_{-1}^{1}\{g_1(x)\}^2\,dx = 1$ であるとする．このとき，

$$\int_{-1}^{1}\{g_2(x) - ag_1(x)\}^2\,dx$$

を最小化する$a$は，

$$\int_{-1}^{1} g_1(x)g_2(x)\,dx$$

であることを証明しなさい．

(4) $b_0, b_1$を実数とする．

$$\int_{-1}^{1}\{f(x) - b_0p_0(x) - b_1p_1(x)\}^2\,dx$$

を最小化する$b_0, b_1$を答えなさい．

| 試験科目 | 修士課程<br>(一般) |
|---|---|
| 専門科目 | |

【問３】

(1) 次の 4 種類の品物がある。ナップサックの容量は$W = 6$とする。各品物は 1 個ずつしか使えない。

| 品物 $i$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 重さ $w_i$ | 1 | 3 | 4 | 2 |
| 価値 $v_i$ | 3 | 4 | 5 | 3 |

このとき、漸化式

$$dp[i][w] = \begin{cases} dp[i-1][w], & w_i > w \\ \max\left(dp[i-1][w], dp[i-1][w-w_i] + v_i\right) & w_i \leq w \end{cases}$$

に従って、以下の DP テーブル（$dp[i][w]$の表）のセルをすべて埋め、最終的な最大価値と、選ぶべき品物の組み合わせを答えよ。選ぶべき品物の組み合わせは、求めた DP テーブルを基にして最適解に達する手順も示すこと。なお、$dp[0][w] = 0$ $(w = 0,1,\cdots,6)$である。

（行：$i = 0,1,2,3,4$、列：$w = 0,1,2,3,4,5,6$）

| $i \setminus w$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | |

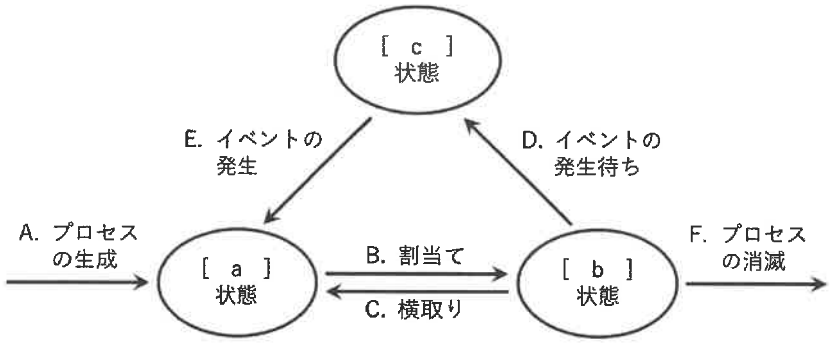
(2) 都市 A, B, C, D の各都市間の距離を表す行列が以下の表のようになっているとする。全ての都市を一度ずつ巡回して出発点に戻る巡回路のうち、総距離が最小となる巡回路とその距離を求めよ。

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| A | - | 9 | 8 | 14 |
| B | 9 | - | 7 | 10 |
| C | 8 | 7 | - | 6 |
| D | 14 | 10 | 6 | - |

| 試験科目 | 修士課程<br>(一般) |
| --- | --- |
| 専門科目 | |

【問 4】アーキテクチャ/OS に関する以下の問いに答えよ。

(1) 以下の図はプロセスの状態遷移を示したものである。図中の空欄 [ a ]～[ c ] にあてはまる適切な語を答えよ。
また、以下の (1-1)～(1-5) が A～F のどの挙動に当たるかを答えよ。




(1-1) プロセスで read システムコールが呼ばれた際の挙動
(1-2) read システムコールからプロセスに処理が戻る際の挙動
(1-3) ラウンドロビンスケジューリングでタイムスライスが満了した際の挙動
(1-4) プロセスにメモリ空間が割り当てられる際の挙動
(1-5) キーボード入力待ちプロセスに対するキーボード入力が行われた際の挙動

(2) ページング方式による仮想記憶管理に関して以下の問い答えよ
(2-1) ページが主記憶に無いときに発生する割込みを何と呼ぶか
(2-2) プロセスの実行に伴い必要となった時点でページを読み込む方式を何と呼ぶか
(2-3) 主記憶上にページフレームの空きがなくなった際、LRU アルゴリズムではどのようなページを置き換えるか
(2-4) LRU アルゴリズムを実現することが困難である理由を述べよ
(2-5) セグメンテーション方式との違いを説明せよ

| 試験科目 | 修士課程<br>(一般) |
|---|---|
| 専門科目 | |

【問5】

(1) $\Sigma=\{a, b\}$ 上に、正規表現 $\alpha=(a|b)(ab|b)^*b$ が与えられている。ここで記号 | は、その両オペランドの正規表現が表す言語の和を表す。すなわち、正規表現 $\beta$ と $\gamma$ が表す言語を $L_\beta$、$L_\gamma$ とするとき、$L_{\beta|\gamma}=L_\beta \cup L_\gamma$ である。

(1-1) この表現が表す言語を受理する最簡形の決定性有限オートマトンを求め、それを状態遷移図で表せ。ここで「受理する」とは、過不足なく受理することであり、$\alpha$ が表す言語に属さない語を受理してはならない。

(1-2) 上記の最簡形の決定性有限オートマトンの状態遷移図に基づき、この言語を生成する正規文法(右/左正規文法、右/左線形文法などのいずれかの3型文法と考えてよい) $G_1=\langle N, \Sigma, P, S_0\rangle$ を示せ。ここで、N は非終端記号の集合、$\Sigma$ は終端記号の集合、P は生成規則の集合、$S_0$ は開始記号である。

(2) 文脈自由文法 $G_2=\langle N, \Sigma, P, S_0\rangle$ が次のように与えられている。

$N=\{S, A, B\}$

$\Sigma=\{a, b, c\}$

$P=\{S\to aAc, S\to aAcc, A\to aAc, A\to aAcc, A\to B, B\to aBb, B\to aaBb, B\to ab, B\to aab\}$

$S_0=S$

(2-1) 入力 aaabcc に対する異なる解釈を与える2個の導出木を作成せよ。

(2-2) 文法 $G_2$ を Chomsky 標準形に書き替えよ。

(2-3) 文法 $G_2$ が生成する言語を受理するプッシュダウンオートマトンを求め、それを状態遷移図で示せ。ボトム記号は、$Z_0$ とする。

| 試験科目 | 修士課程<br>(一般) |
|---|---|
| 専門科目 | |

【問 6】

(1)　以下の三つのリレーションに対する挿入操作について考える。ここで、属性名に下線が施された属性は主キーであり、更に、リレーション「履修」の属性「学生番号」はリレーション「学生」への外部キー参照であり、リレーション「履修」の属性「科目番号」はリレーション「科目」への外部キー参照であるとする。このとき、以下の操作がリレーショナルデータモデルの意味的制約を保ったまま可能であるかどうか、また可能でない場合はその理由を答えよ。

学生

| <u>学生番号</u> | 学生名 |
|---|---|
| 101 | 佐藤 |
| 102 | 高橋 |

履修

| <u>学生番号</u> | <u>科目番号</u> |
|---|---|
| 101 | C001 |
| 101 | C002 |
| 102 | C001 |
| 102 | C003 |

科目

| <u>科目番号</u> | 科目名 |
|---|---|
| C001 | データベース |
| C002 | 離散構造 |
| C003 | 抽象代数学 |

(1-1)　タプル(101,'鈴木')のリレーション「学生」に対する挿入。
(1-2)　タプル(102,C002)のリレーション「履修」に対する挿入。
(1-3)　タプル(102,C004)のリレーション「履修」に対する挿入。

(2) 以下の二つのリレーションについて、以下のリレーショナル代数表現の結果のリレーションを

供給

| 供給元 | 部品番号 |
|---|---|
| A | 101 |
| A | 102 |
| A | 103 |
| B | 101 |
| C | 101 |
| C | 102 |

部品

| 部品番号 |
|---|
| 101 |
| 102 |

示せ。

供給[供給元]−(供給[供給元]×部品−供給)[供給元]

なお、この代数表現はリレーショナル代数演算に関数的表現を用いた以下の表現と同意である。

$$\pi_{\text{供給元}}(\text{供給}) - \pi_{\text{供給元}}\left(\pi_{\text{供給元}}(\text{供給}) \times \text{部品} - \text{供給}\right)$$

(3) 右の二つのトランザクション$T_1$および$T_2$の、2 相ロッキングプロトコルによる同時実行制御に関する以下の問いに答えよ。

トランザクション$T_1$
```
begin
  read (x)
  read (y)
  write (x)
end
```

トランザクション$T_2$
```
begin
  read (y)
  read (x)
  write (y)
end
```

(3-1) これらのトランザクションに対する 2 相ロッキングプロトコルによる、直列でない同時実行スケジュールのうち、デッドロックを起こさないものを一つ示せ。ただし、データ項目$i$に対するロック操作を lock($i$)、アンロック操作を unlock($i$)と記す。
(3-2) これらのトランザクションに対する 2 相ロッキングプロトコルによる、直列でない同時実行スケジュールのうち、デッドロックを起こすものを一つ、デッドロックが起こるステップまで示し、以降進めない理由を述べよ。ロックに関する操作の表記は(3-1)と同様とする。

## 【問 7】

### 7-1

0 を含む自然数全体の集合を $\mathbb{N}$、正の実数全体の集合を $\mathbb{R}^+$ とする。任意の関数 $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ について、命題 $f(n) = O(g(n))$, $f(n) = \Omega(g(n))$, $f(n) = \Theta(g(n))$ を以下の通り定義する。(オーダー記法の標準的な定義なので、理解している者は読み飛ばしてもよい。)

$$
\begin{aligned}
f(n) = O(g(n)) \quad &\Leftrightarrow \quad \exists c \in \mathbb{R}^+, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0 : f(n) \leq c \cdot g(n) \\
f(n) = \Omega(g(n)) \quad &\Leftrightarrow \quad \exists c \in \mathbb{R}^+, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0 : f(n) \geq c \cdot g(n) \\
f(n) = \Theta(g(n)) \quad &\Leftrightarrow \quad f(n) = O(g(n)) \text{ かつ } f(n) = \Omega(g(n))
\end{aligned}
$$

以下の式 (1)〜(6) のそれぞれについて、正しい場合は ○、誤っている場合は × と回答せよ。ただし、対数の底はすべて 2 とする。

$$3^8 \cdot n^3 + n^2 + 9 = O(n^5) \tag{1}$$

$$\left(\frac{8n+9}{n+3}\right)^3 = \Omega(\sqrt{n}) \tag{2}$$

$$n^2 = \Theta(n^2 \log n) \tag{3}$$

$$3n^2 \log^7 n = O(n^5) \tag{4}$$

$$2^n = \Omega(n^{100}) \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{n(n+1)}{i} = \Theta(n^2 \log n) \tag{6}$$

### 7-2

長さ $n$ ($n \geq 2$) の正整数の列 $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$ が与えられたときに、この整数列から偶数だけを取り出し、昇順に整列した整数列 $b_0, b_1, \ldots, b_{n'-1}$ を出力したい。ここで、$n'$ は、整数列 $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$ に含まれる偶数の個数である。この仕様を満たす、最悪時間計算量 $O(n \log n)$ のアルゴリズムを設計し、その疑似コードを 20 行以内で記述せよ。また、そのアルゴリズムがなぜ $O(n \log n)$ 時間で終了するか簡単に説明せよ。

ただし、擬似コードの設計にあたっては、以下の操作をサポートする優先度付きキュー $Q$ を用いても良い。

- $Q$.push($i$): $Q$ に整数 $i$ を追加する。戻り値はなし。操作開始時点で $Q$ が記憶している整数の数を $m$ として、$O(\log m)$ 時間で終了する。
- $Q$.pop(): $Q$ が記憶している整数のうち、最大の整数を $Q$ から削除する。戻り値はなし。操作開始時点で $Q$ が記憶している整数の数を $m$ として、$O(\log m)$ 時間で終了する。
- $Q$.top(): $Q$ が記憶している整数の最大値を戻り値として返す。$O(1)$ 時間で終了する。

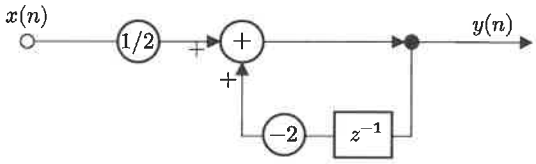
なお、入力として与えられる整数列はアルゴリズムの実行開始時にサイズ $n$ の配列 $A$ に記憶されているものとする。すなわち、実行開始時に各 $i \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ について $A[i] = a_i$ が成り立つ。出力 $b_0, b_1, \ldots, b_{n'-1}$ は、この配列 $A$ に上書きして保存すること。すなわち、実行終了時に、各 $i = 0, 1, \ldots, n'-1$ について $A[i] = b_i$ を満たさなければならない。また、$A[n'], A[n'+1], \ldots, A[n-1]$ には $-1$ を記憶しておくこと。($n' = n$ のときはどこにも $-1$ を記憶する必要はないことに注意せよ。) たとえば、$n = 7$ で配列 $A$ の初期値が $28, 3, 15, 2, 9, 4, 12$ であれば、アルゴリズムの実行終了時に配列 $A$ の中身は $2, 4, 12, 28, -1, -1, -1$ でなければならない。入力の整数列の長さ $n$ は擬似コードに断りなく用いてよいが、$n'$ は計算することなく用いてはならない。また、簡単のために、$a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$ は同じ整数を含まないと仮定してよい。

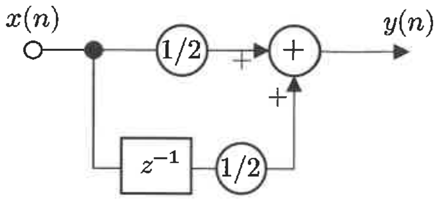
なお、擬似コードは、計算機科学の専門家が十分に理解できるように書かれてあれば多少の曖昧さがあっても好意的に解釈して採点を行う。したがって、擬似コードの細かな記法を気にする必要はない。

| 試験科目 | 修士課程<br>(一般) |
| --- | --- |
| 専門科目 | |

【問 8】

下図のような構成をもつ線形時不変システムがある。




参考：上図のような構成をもつ線形時不変システムにおいては、

$$y(n) = \frac{1}{2}x(n) + \frac{1}{2}x(n-1)$$

の関係がある。

(1) このシステムの出力$y(n)$を、$x(n)$等を用いて表せ。

$y(n) =$

(2) このシステムに単位インパルス応答が入力された時の出力$y(n)$を$n=0$から$n=3$まで求めよ。

$y(0) =$

$y(1) =$

$y(2) =$

$y(3) =$

(3) このシステムの伝達関数$H(z)$を求めよ。

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} =$$

(4) $H(z)$を逆$z$変換せよ。

(5) このシステムは FIR システムか IIR システムか。

(6) このシステムの極を求めよ。また、このシステムは安定か不安定か、極に言及しつつ述べよ。

(7) このシステムの周波数特性を求めよ。